

# MATEMATIKA

MAMZD21C0T04

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

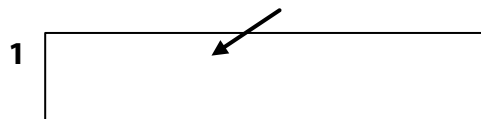
- **Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neodělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědi

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

1 bod

1 Upravte na mocninu se základem 9:

$$81^{90} \cdot 3^{300} =$$

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2**

Uvnitř lesa o výměře  $\frac{a^2}{2}$  je oplocena obora tvaru čtverce se stranou délky  $\frac{a}{5}$ , kde veličina  $a$  je vyjádřena v metrech.

(CZVV)

1 bod

2 Určete zlomkem v základním tvaru, jakou část lesa zabírá obora.

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3**

Rozpuštěním 2 gramů účinné látky ve vodě jsme vytvořili roztok.  
Hmotnost účinné látky tvoří 5 % hmotnosti roztoku.

(CZVV)

1 bod

3 Vypočtěte, v kolika gramech vody jsme účinnou látku rozpustili.

4 Je dán výraz:

$$\frac{\sqrt{c} - 3}{9} - \frac{2}{3}$$

Určete  $c \in \mathbf{R}$ , pro které je hodnota daného výrazu rovna nule.

---

max. 2 body

5 Pro  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$  zjednodušte:

$$\left( \frac{2}{x+2} + \frac{x}{2-x} \right) : \frac{x^2+4}{x+2} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

6 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

7 **V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

$$y^2 + 40y + 400 > 0$$

---

max. 2 body

8 **V intervalu  $\langle 0; 2\pi \rangle$  řešte:**

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin x}{\cos x} = -1$$

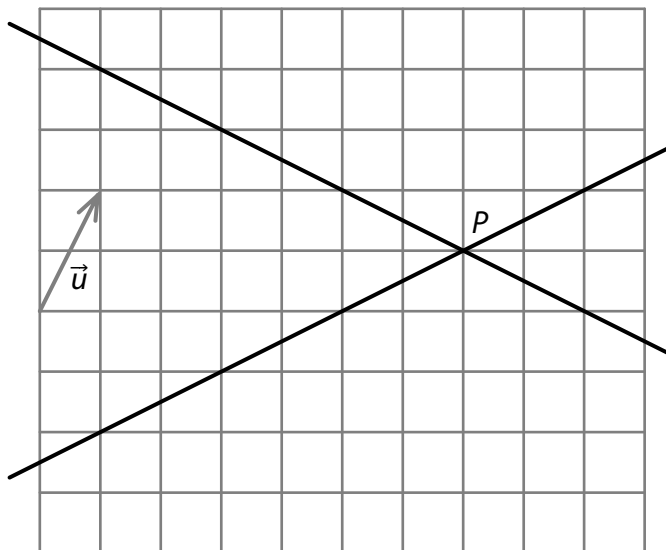
### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je umístěn vektor  $\vec{u}$  a dvě neoznačené přímky  $a, b$ , které se protínají v bodě  $P$ .

$$\vec{u} = (1; 2)$$

$$a: x - 2y + 2 = 0$$

$$b: x + 2y - 10 = 0$$



(CZVV)

max. 3 body

9

- 9.1 Vypočtete obě souřadnice průsečíku  $P[p_1; p_2]$  přímek  $a, b$ .
- 9.2 Vypočtete obě souřadnice průsečíku  $X[x_1; x_2]$  přímky  $b$  se souřadnicovou osou  $x$ .
- 9.3 V obrázku narýsujte souřadnicové osy  $x, y$  a popište počátek  $O$  soustavy souřadnic.

**V záznamovém archu** obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Pan Kraus vložil do fondu počáteční kapitál.

Vždy po uplynutí úrokovacího období v délce jednoho roku se aktuální kapitál pana Krause zvýšil o 5 %.

Za 6 let tak byl jeho kapitál ve fondu celkem o 68 019 korun vyšší než počáteční kapitál.

(CZVV)

**max. 2 body**

**10 Vypočtete hodnotu počátečního kapitálu pana Krause.**

Výsledek zaokrouhlete na celé koruny.

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V Kocourkově bylo vyrobeno 500 stíracích losů, z nichž 30 % obsahuje ve stíracím poli výhru.

V prodeji je však pouze 80 % těchto vyrobených losů. Z losů, které nešly do prodeje, polovina obsahuje výhru.

(CZVV)

**max. 2 body**

**11 Vypočtete,**

11.1 kolik losů v prodeji neobsahuje výhru,

11.2 jaká je pravděpodobnost, že zakoupený los bude obsahovat výhru.

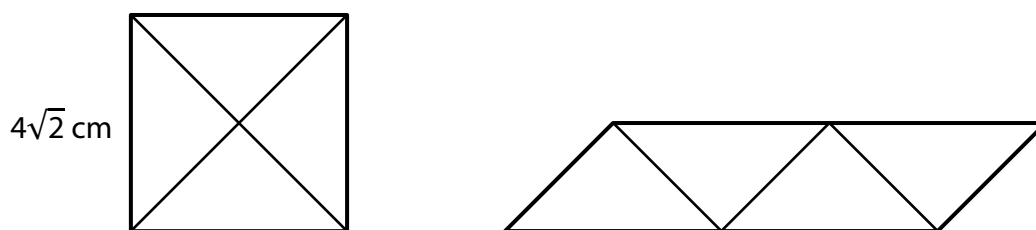
12 Aritmetický průměr šesti **různých** kladných celých čísel je 6.

**Určete největší možné číslo, které může taková šestice obsahovat.**

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13**

Čtverec o straně délky  $4\sqrt{2}$  cm je rozdělen na čtyři shodné rovnoramenné trojúhelníky. Z těchto čtyř trojúhelníků je sestaven zobrazený kosodélník.



(CZVV)

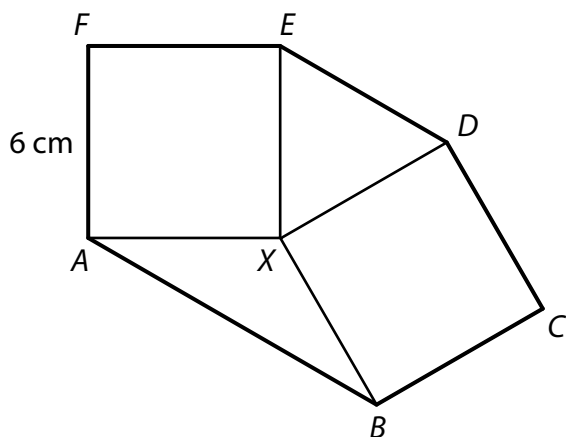
1 bod

13 **Vypočtěte, o kolik cm se liší obvod kosodélníku a čtverce.**



### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Šestiúhelník  $ABCDEF$  se skládá ze dvou čtverců  $AXEF$ ,  $XBCD$ , rovnostranného trojúhelníku  $XDE$  a tupohlého trojúhelníku  $ABX$ . Délka strany  $AF$  je 6 cm.



(CZVV)

max. 2 body

**14** Vypočtěte v cm délku strany  $AB$ .

**V záznamovém archu** uveďte celý postup řešení.

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V učitelském sboru má každý učitel čtyřikrát více kolegyň než kolegů, zatímco každá učitelka má kolegů o 40 méně než kolegyň.

(CZV)

**max. 3 body**

**15** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik učitelek je v učitelském sboru.**

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány body  $A[1; 0]$ ,  $B[11; -5]$ .

Orientovaná úsečka  $\overrightarrow{AC}$  je umístěním vektoru  $\vec{u} = (11; -2)$ .

(CZVV)

max. 2 body

**16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

16.1 Vzdálenost bodů  $A$ ,  $C$  je  $\sqrt{117}$ .

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

16.2 Bod  $C$  má souřadnice  $[10; -2]$ .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.3 Úsečky  $AC$  a  $AB$  jsou stejně dlouhé.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.4 Bod  $S[5; -2,5]$  je střed úsečky  $AB$ .

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

---

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Podstavou kolmého hranolu o objemu  $544 \text{ cm}^3$  je kosočtverec. Obvod tohoto kosočtverce je  $34 \text{ cm}$  a výška kosočtverce je rovna výšce hranolu.

(CZVV)

2 body

**17 Jaký je povrch hranolu?**

A)  $340 \text{ cm}^2$

B)  $408 \text{ cm}^2$

C)  $544 \text{ cm}^2$

D)  $578 \text{ cm}^2$

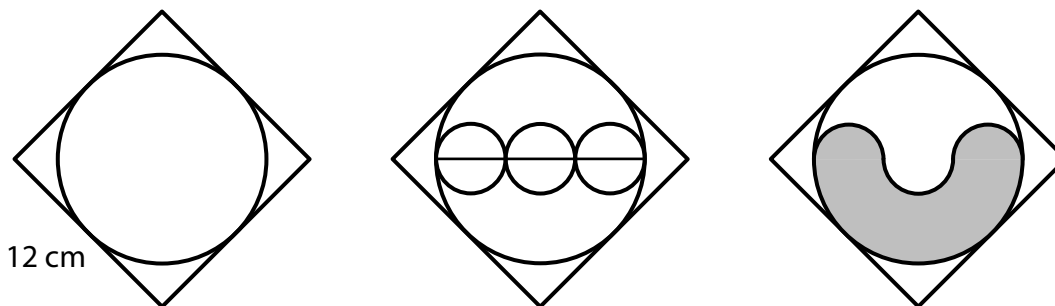
E) jiný povrch

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Do čtverce se stranou délky 12 cm je vepsána velká kružnice.

Jeden z průměrů velké kružnice pólí každou ze tří malých shodných kružnic. Každá z těchto čtyř kružnic se dotýká právě dvou ze zbývajících kružnic.

Tmavý obrazec je ohraničen velkou půlkružnicí a třemi malými půlkružnicemi.



(CZVV)

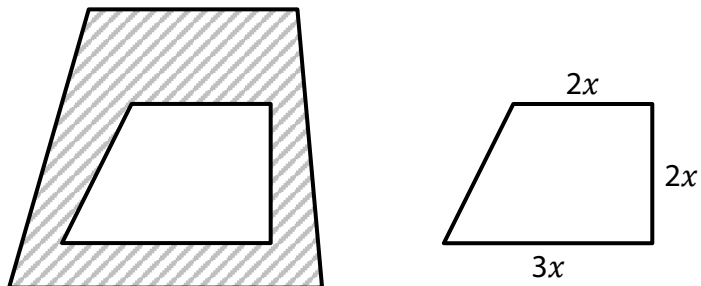
**2 body**

**18 Jaký je obsah tmavého obrazce?**

- A) menší než  $18\pi \text{ cm}^2$
- B)  $18\pi \text{ cm}^2$
- C)  $20\pi \text{ cm}^2$
- D)  $24\pi \text{ cm}^2$
- E) větší než  $24\pi \text{ cm}^2$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Část šrafovaného lichoběžníku je překryta celým bílým pravoúhlým lichoběžníkem. Bílý lichoběžník má základny délek  $2x$  a  $3x$  a výšku o velikosti  $2x$ , kde  $x$  je délka v metrech. Ve šrafovaném lichoběžníku jsou obě základny o polovinu delší než v bílém lichoběžníku a výška je dvakrát větší než v bílém lichoběžníku.



(CZVV)

**2 body**

**19** Jaký je obsah nezakryté části šrafovaného lichoběžníku?

- A) menší než  $8x^2$
- B)  $8x^2$
- C)  $9x^2$
- D)  $10x^2$
- E) větší než  $10x^2$

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Vytváříme dvě posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  a  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ .

První člen je v obou posloupnostech stejný:  $a_1 = b_1 = 24$ .

V posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **prvního** členu.

V posloupnosti  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **předchozího** členu.

(CZVV)

**2 body**

**20** **Kolikrát větší je člen  $b_{33}$  než člen  $a_{33}$ ?**

(Výsledek je zaokrouhlen na jednotky.)

- A) 25 379krát
- B) 36 981krát
- C) 258 864krát
- D) 383 502krát
- E) Oba členy jsou stejné ( $a_{33} = b_{33}$ ).

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

Ota Rozmařilý v období trvajícím 100 dní utrácel následujícím způsobem:

Za první den utratil celkem 10 000 korun.

Každý 5. den neutratil nic.

Ve všech ostatních dnech utratil za den vždy o 100 korun méně než za den, kdy utrácel naposledy.

(Např. 3. den utratil 9 800 korun, 4. den 9 700 korun, 5. den 0 korun a 6. den 9 600 korun.)

(CZVV)

**2 body**

**21 Kolik korun utratil Ota Rozmařilý během 100 dní?**

- A) 484 000 korun
- B) 560 000 korun
- C) 692 000 korun
- D) 2 240 000 korun
- E) jiný počet korun

## VÝCHOZÍ TEXT A DIAGRAM K ÚLOZE 22

V prvním ročníku jsou tři třídy A, B, C.

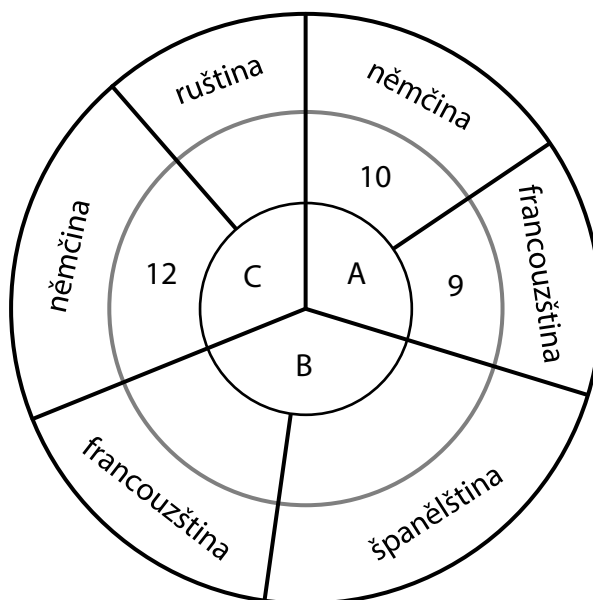
Do třídy B chodí 40 % všech žáků prvního ročníku.

Žáci každé třídy jsou rozděleni do 2 skupin podle výběru jazyka.

Ze třídy C chodí 60 % žáků na němčinu.

Některé další údaje jsou uvedeny v následujícím diagramu.

Počty žáků v jazykových skupinách



(CZVV)

2 body

**22** O kolik se liší počty žáků ve třídách B a C?

- A) o 2 žáky
- B) o 3 žáky
- C) o 4 žáky
- D) o 6 žáků
- E) o jiný počet žáků



### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Kód má 4 znaky.

Kód obsahuje 3 různá písmena z 5 možných (A, B, C, D, E) a jednu číslici z 10 možných (0–9).

Podmínkám vyhovují např. tři různé kódy 0ABC, C9EA, EC9A.

(CZVV)

**2 body**

**23** Kolik různých kódů lze sestavit uvedeným způsobem?

- A) 600
- B) 1800
- C) 2400
- D) 7900
- E) jiný počet

### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

U každé z následujících tří rovnic určíme počet všech jejích řešení v oboru **R**.

I.  $(1 - x)^2 = (3 - x)^2$

II.  $1 - x = 3 - x$

III.  $(3 - x)(1 - x) = 3 - x$

(CZVV)

**2 body**

#### **24 Právě jedno řešení**

- A) nemá žádná z uvedených rovnic.
- B) má pouze I. rovnice.
- C) má pouze III. rovnice.
- D) mají pouze dvě z uvedených rovnic.
- E) mají všechny tři uvedené rovnice.

25 Každou z následujících funkcí (25.1–25.4) definujeme pro  $x \in (0; +\infty)$ .

**Přiřadte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).**

25.1

$$y = \frac{x^2 - x}{x} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.2

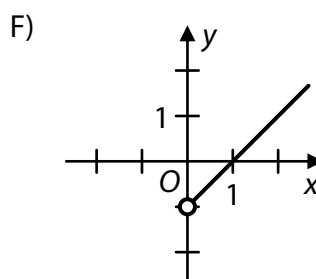
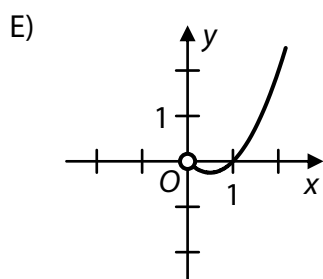
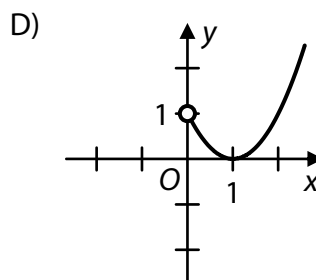
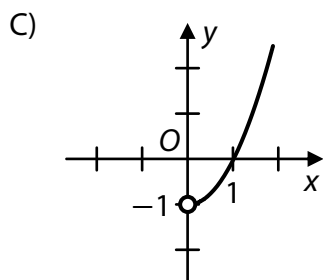
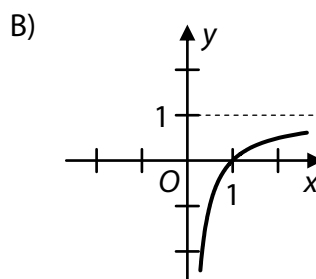
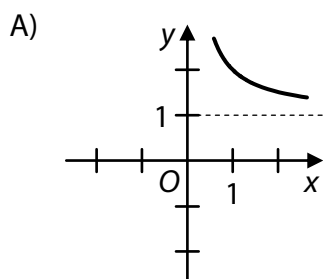
$$y = \frac{x^3 - x}{x} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.3

$$y = \frac{x^2 - x}{x^2} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

25.4

$$y = (x^2 - x) \cdot \log_4 4 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

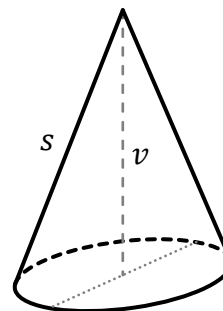


**26 Přiradte ke každému rotačnímu tělesu (26.1–26.3) jeho objem (A–E).**

- 26.1 Výška rotačního kužele je  $v = 9$  cm, strana tohoto kužele má délku  $s = 11$  cm.

**Jaký je objem rotačního kužele?**

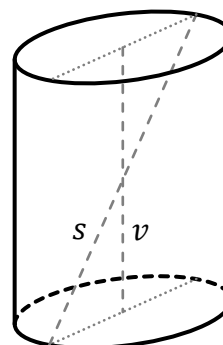
\_\_\_\_\_



- 26.2 Výška rotačního válce je  $v = 9$  cm, největší možná přímá vzdálenost dvou bodů tohoto válce je  $s = 11$  cm.

**Jaký je objem rotačního válce?**

\_\_\_\_\_



- 26.3 Rotační těleso je složeno z polokoule a rotačního kužele, jejichž podstavy splývají.

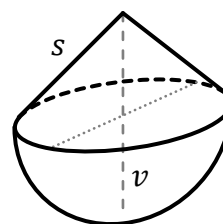
Strana kužele má délku  $s = 5\sqrt{2}$  cm.

Výška  $v$  celého tělesa je shodná s průměrem polokoule.

(Výška je průnik tělesa s jeho osou.)

**Jaký je objem rotačního tělesa?**

\_\_\_\_\_



- A) menší než  $96\pi$  cm<sup>3</sup>
- B)  $96\pi$  cm<sup>3</sup>
- C)  $100\pi$  cm<sup>3</sup>
- D)  $120\pi$  cm<sup>3</sup>
- E)  $125\pi$  cm<sup>3</sup>