

MATEMATIKA

MAMZD18C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje **26 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 **Odstraňte závorky a zjednodušte** ($n \in \mathbb{N}$):

$$2\left(3 - \frac{n}{2} - \frac{n}{2}\right)\left(3 + \frac{n}{2} + \frac{n}{2}\right) =$$

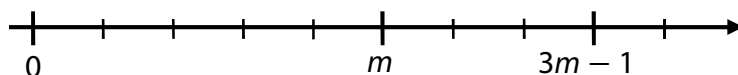
1 bod

2 **V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici a množinu všech řešení zapište intervalem.**

$$\frac{14 - 2x}{-2} + 2 < 0$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Na číselné ose jsou obrazy tří čísel: 0, m a $3m - 1$. Vyznačené dílky jsou stejně dlouhé.



(CZVV)

max. 2 body

3

3.1 Vyjádřete poměr:

$$m : (3m - 1) =$$

3.2 Na číselné ose vyznačte (silnou čarou) a popište obraz čísla 1.

max. 2 body

4 Pro $y \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1; 2\}$ zjednodušte:

$$\frac{y - 1 - \frac{1}{y-1}}{2y^2 - 4y} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

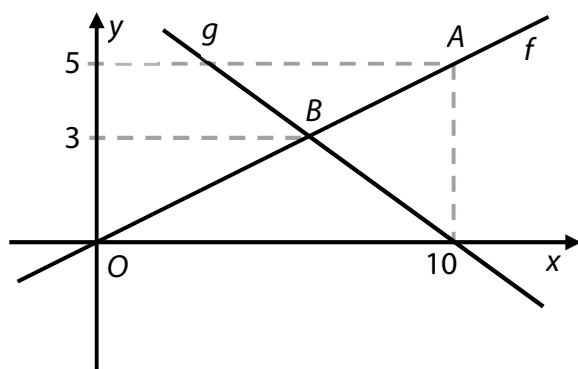
5 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{x-2}{4} \cdot x = 1 - \frac{x}{6}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7

Grafy funkcí f a g jsou přímky. Graf funkce f prochází počátkem O a bodem A .
Grafy funkcí f a g se protínají v bodě B .



(CZVV)

1 bod

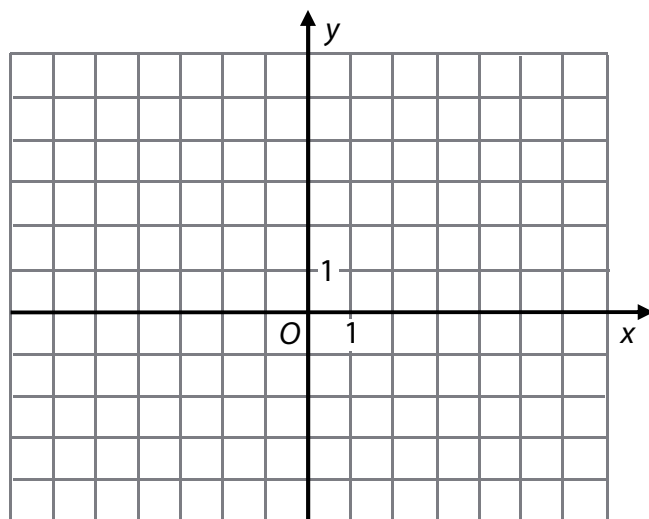
6 Zapište předpis funkce f .

max. 2 body

7 Zapište obecnou rovnici přímky, která je grafem funkce g .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Graf kvadratické funkce f prochází body $A [-5; 0]$, $B [-4; 3]$, $C [-3; 4]$.
Osa souměrnosti o grafu kvadratické funkce f je určena rovnicí $x = -3$.



(CZVV)

max. 3 body

8

8.1 Zapište souřadnice vrcholu $V[x; y]$ grafu funkce f .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f .

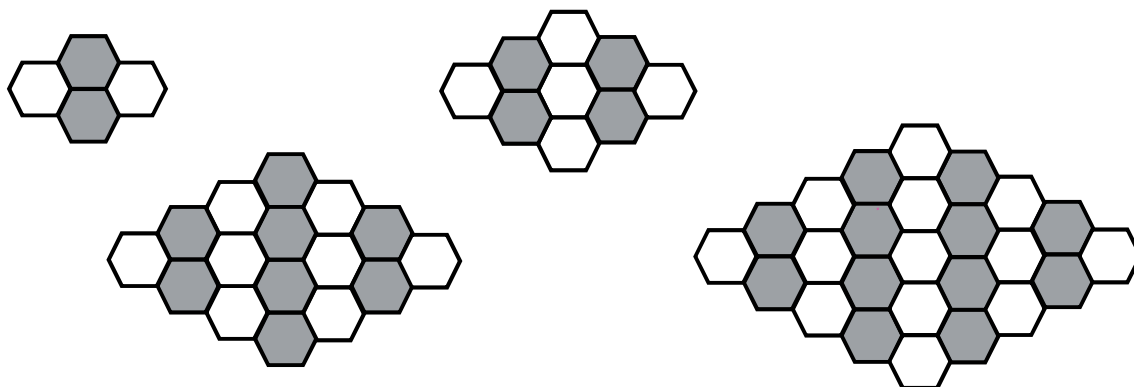
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.3 Zapište obor hodnot funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Obrazce jsou tvořeny bílými a tmavými šestiúhelníky uspořádanými do sloupců. Počet šestiúhelníků ve sloupcích se postupně zvětšuje, a to od levého, resp. pravého okraje obrazce směrem ke středu.

Každý obrazec vždy začíná a končí sloupcem s jediným bílým šestiúhelníkem.



(CZVV)

max. 2 body

9 V jednom z dalších obrazců je v **nejdelším** sloupci **59** šestiúhelníků (nad sebou).

9.1 Určete v tomto obrazci počet všech **tmavých sloupců**.

9.2 Určete v tomto obrazci počet všech **bílých šestiúhelníků**.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOHÁM 10–11

Soutěž má dvě kola. Body z obou kol se sčítají.

Soutěžící byli na počátku soutěže rozděleni do dvou skupin. V těchto skupinách absolvovali první i druhé kolo soutěže. Průměrné výsledky jsou uvedeny v tabulce.

	Počet soutěžících	Průměrný bodový zisk na osobu		
		První kolo	Druhé kolo	Celá soutěž
Skupina A	20	3,0	4,4	
Skupina B	30	4,0	4,4	
Všichni	50			

(CZVV)

1 bod

10 Vypočtete průměrný bodový zisk na osobu v prvním kole soutěže.

(Počítejte se všemi 50 soutěžícími.)

1 bod

11 Vypočtete průměrný bodový zisk na osobu v celé soutěži.

(Počítejte se všemi 50 soutěžícími.)

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 12–13

Tajný kód splňuje následující 3 pravidla:

- kód může obsahovat pouze číslice 1, 2, 3, 4, 5, 6;
- žádné číslice se v kódu neopakují;
- počet číslic v kódu udává první číslice kódu.

(Uvedeným pravidlům vyhovují kódy 21, 326, 4325 a další.)

(CZVV)

1 bod

12 Uvedte počet všech kódů, které mají na prvním místě číslici 3.

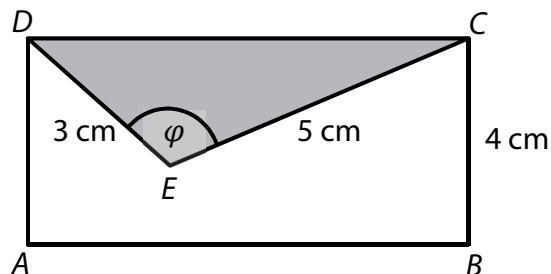
1 bod

13 Uvedte počet všech kódů, které mají na prvním místě číslici 4, 5 nebo 6.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

V obdélníku $ABCD$ o obsahu 28 cm^2 je umístěn trojúhelník CDE . Oba obrazce mají společnou stranu CD .

Platí: $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|CE| = 5 \text{ cm}$, $|DE| = 3 \text{ cm}$.



(CZVV)

max. 2 body

14 Vypočtete velikost úhlu φ .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení. Nezapomeňte zapsat dosazení číselných hodnot do použitých vzorců, výpočet a jednotky.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pan Kocour uvažuje o výhodné investici, ale jeho kapitál by pokryl jen třetinu investice. Proto nabídl spoluúčast panu Malému, jehož kapitál je o 200 milionů korun vyšší než kapitál pana Kocoura.

Aby společně pokryli celou investici, každý z nich uvolní přesně polovinu svého kapitálu.

(CZVV)

max. 3 body

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete v korunách**

15.1 hodnotu kapitálu pana Kocoura,

15.2 částku, kterou na investici uvolní pan Malý.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), je-li pravdivé (A) pro všechna $a > b > 0$, či nikoli (N).

16.1 $(ab - 2a)^2 = a^2(b - 2)^2$

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

16.2 $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.3 $\frac{a^{50}}{a^{10}} = a^5$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

16.4 $a \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^3}$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

2 body

17 Která z následujících rovnic má v oboru \mathbb{R} právě jedno řešení?

A) $x^2 + 1 = 0$

B) $(x + 1)^2 = x^2 + 1$

C) $x^2 - 1 = 0$

D) $x^2 = x$

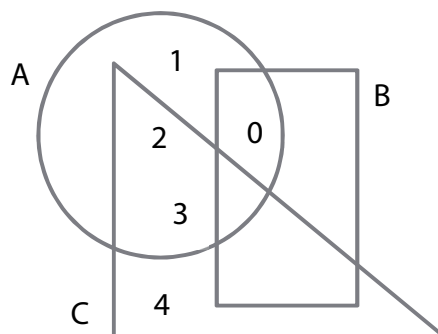
E) žádná z výše uvedených rovnic

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Na obrázku jsou množiny A, B, C.

Množina A obsahuje všechna čísla uvnitř kruhu, množina B všechna čísla uvnitř obdélníku a množina C všechna čísla uvnitř trojúhelníku.

Sjednocením všech tří množin je pětiprvková množina $\{0; 1; 2; 3; 4\}$.



(CZVV)

2 body

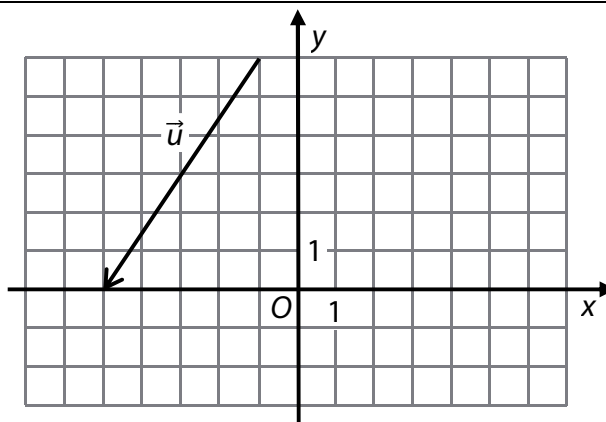
18 Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A) $B = \emptyset$
- B) $A \cap B = \emptyset$
- C) $A \cap C = \emptyset$
- D) $B \cap C = \emptyset$
- E) žádné z výše uvedených tvrzení

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Umístěním vektoru \vec{u} je orientovaná úsečka, jejíž počáteční i koncový bod leží v mřížovém bodě.

Vektor $\vec{v} = (x; 10)$ je k vektoru \vec{u} kolmý.



(CZVV)

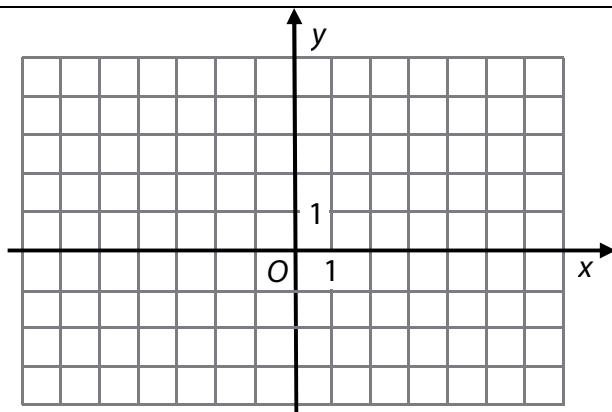
2 body

19 Jaká je souřadnice x vektoru \vec{v} ?

- A) -15
- B) -12
- C) -9
- D) -8
- E) Vektor $\vec{v} = (x; 10)$ nemůže být nikdy kolmý k vektoru \vec{u} .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Jsou dány vrcholy obdélníku $ABCD$:
 $A[-3; 1]$, $B[-2; -1]$, $C[2; 1]$, $D[1; 3]$.
Obdélníku $ABCD$ je opsána kružnice k .



(CZVV)

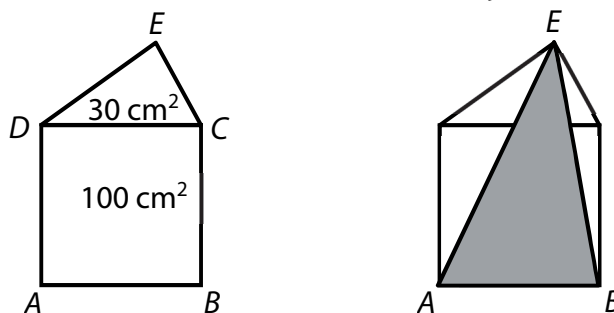
2 body

20 Jaký je obsah kruhu ohraničeného kružnicí k ?

- A) 25π
- B) $\frac{94}{5}\pi$
- C) $\frac{25}{2}\pi$
- D) 5π
- E) $\frac{25}{4}\pi$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Pětúhelník $ABCDE$ je složen ze čtverce $ABCD$ o obsahu 100 cm^2 a trojúhelníku CED o obsahu 30 cm^2 .



(CZVV)

2 body

21 Jaký je obsah trojúhelníku ABE ?

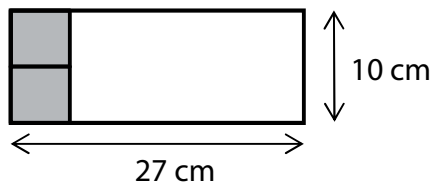
- A) menší než 75 cm^2
- B) 75 cm^2
- C) 78 cm^2
- D) 80 cm^2
- E) větší než 80 cm^2

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Z papírového obdélníku s rozměry 27 cm x 10 cm se zhotoví kvádr.

Vyznačené tmavé čtverce se použijí na podstavy kváдру, bílá část se beze zbytku rozstříhá na boční stěny kváдру.

Kvádr se po hranách spojí lepicí páskou, papír se nebude nikde překrývat.



(CZVV)

2 body

22 Jaký je objem kváдру?

- A) 250 cm^3
- B) 270 cm^3
- C) 275 cm^3
- D) 550 cm^3
- E) jiný objem

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Voda o objemu $40,5\pi \text{ cm}^3$ vyplňuje ve sklenici prostor tvaru rotačního kužele. Voda nesaá až po okraj sklenice, ale pouze do výšky 6 cm od vrcholu kužele.



(CZVV)

2 body

23 Jaký je obsah plochy sklenice smáčené vodou?

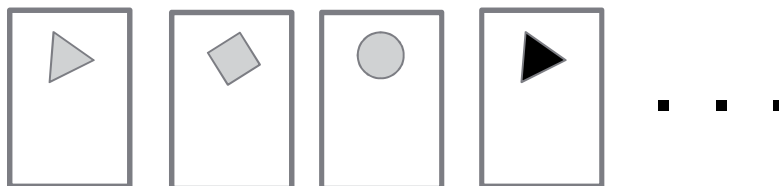
Výsledek je zaokrouhlen na desetiny cm^2 .

- A) $51,9 \text{ cm}^2$
- B) $54,3 \text{ cm}^2$
- C) $106,0 \text{ cm}^2$
- D) $169,5 \text{ cm}^2$
- E) $211,9 \text{ cm}^2$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Každá z 9 různých karet obsahuje jeden ze tří obrazců (trojúhelník, čtverec, kruh) v jedné ze tří barev (šedá, černá, modrá).

Karty zamícháme a náhodně odebereme 2 karty.



(CZVV)

2 body

24 Jaká je pravděpodobnost, že žádná z obou odebraných karet nebude obsahovat ani trojúhelník, ani obrazec černé barvy?

- A) $\frac{1}{6}$
- B) $\frac{2}{9}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) $\frac{4}{9}$
- E) jiná pravděpodobnost

max. 4 body

25 Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru \mathbb{R} přiřadte interval (A–E), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (F), nemá-li rovnice řešení.

25.1 $3^{2x} = 9^{-x}$ _____

25.2 $2^{2x} \cdot 2^{-x} = \frac{1}{2}$ _____

25.3 $\log(x - 2) = \log(1 - x)$ _____

25.4 $2 \cdot \log x = 1$ _____

A) $(-\infty; -1)$

B) $(-1; 1)$

C) $(1; 2)$

D) $(2; 3)$

E) $(3; +\infty)$

F) \emptyset

max. 3 body

26 Přiřadte ke každé úloze (26.1–26.3) odpovídající výsledek (A–E).

26.1 Petr má 270 korun, což je o polovinu více, než má Karel.

Kolik korun mají oba chlapci dohromady?

26.2 Vklad 50 500 korun je uložen na 2 roky. Roční úroková sazba je 0,5 %, úroky se zdaňují 15 % a připisují se na účet vždy na konci roku.

Kolik korun přibude ke vkladu za 2 roky?

(Výsledek je zaokrouhlen na celé číslo.)

26.3 Stará poštovní známka během posledního roku dvakrát zvýšila svou cenu, a to vždy o 25 % z předchozí ceny. Nyní ji lze koupit za 750 korun.

Jakou cenu měla před rokem?

- A) méně než 400 korun
- B) 430 korun
- C) 450 korun
- D) 480 korun
- E) jiný počet korun

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
